Prof. Dr. M. Rapoport
Dr. U. Görtz

WS 2003/04

Lineare Algebra I

1. Übungsblatt

Abgabe: Dienstag, 21.10.03 in der Vorlesung

Aufgabe 1

Löse die folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe des Gauß-Algorithmus:

a)

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \\ x & - & 5y & - & 11z & = & 29 \\ -2x & - & 5y & - & 2z & = & 26 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & & & & & = & 0 \\ x & + & 4y & & & = & 0 \\ 3x & + & y & - & 2z & = & -2 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 2y & - & z & + & 3u & = & 1 \\ 2x & + & 3y & - & 2z & + & 9u & = & 2 \\ x & + & y & - & 3z & - & 2u & = & 3 \\ -x & - & 2y & + & 2z & + & 9u & = & 4 \end{array}$$

Aufgabe 2

Löse das Gleichungssystem nach den Unbekannten x, y, z, u auf:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & & & - & z & + & u & = & a \\ 3x & - & y & - & z & + & 5u & = & b \\ x & - & y & + & 2z & + & 6u & = & c \\ 3x & - & 2y & + & 2z & + & 9u & = & d \end{array}$$

Aufgabe 3

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems in Abhängigkeit von a und b:

$$\begin{array}{rcrcrl} x & + & ay & + & z & = 0 \\ -2x & + & 4y & - & 2z & = 6 \\ -x & + & 2y & - & z & = b \end{array}$$

Aufgabe 4

Seien a und b reelle Zahlen. Beweise: Das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & ay & + & bz & = & 0 \\ bx & + & y & + & az & = & 0 \\ ax & + & by & + & z & = & 0 \end{array}$$

besitzt genau dann eine von $(0,0,0)$ verschiedene Lösung, wenn entweder $a = b = 1$ oder $a + b + 1 = 0$ gilt. Bestimme in diesen Fällen die genaue Lösungsmenge.