Analysis 2

12.07.2018
Prof. Dr. H. Koch
Dr. F. Gmeineder
Abgabe: 19.07.2018 in der Vorlesung

Übungsblatt 13

Aufgabe 1:
Seien für $n \in \mathbb{N}$ die Hermitepolynome H_n wie auf Übungsblatt 12, Aufgabe 2, definiert. Zeigen Sie, dass zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von H_{n+1} genau eine Nullstelle von H_n und bestimmen Sie damit die Anzahl der Nullstellen von H_n auf $\mathbb{R}$.

Aufgabe 2:
Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem der gewöhnlichen Differentialgleichung

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} x.$$

Aufgabe 3:
Bestimmen Sie die Lösung $\varphi \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ der gewöhnlichen Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} t \\ \sin(t) \end{pmatrix}$$

unter der Anfangsbedingung $\varphi(0) = 0 \in \mathbb{R}^2$.

Aufgabe 4:
Betrachten Sie die Differentialgleichung $\dot{x}(t) = x^{\frac{2}{3}}(t)$ für $t \in \mathbb{R}$ (beachten Sie, dass die Potenzfunktion auf der rechten Seite auch für negative Werte definiert ist) mit $x(0) = 0$. Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung unendlich viele verschiedene Lösungen besitzt. Diskutieren Sie, wie dies mit dem Satz von Picard-Lindelöf in Einklang steht.
